1. शुल्व सूत्रों के प्रणेता –
बौधायन, आपस्तम्ब, कात्यायन व मानव

वेदकाल (5000 ई. पू. से 3000 ई.पू.) से भारत में गणित की उज्ज्वल परम्परा दिखाई पड़ती है। वेदों में गणित होने के जो अनेक प्रमाण उपलब्ध हैं उनमें शुल्व सूत्र प्रमुख हैं। वस्तुत: वेद के 6 अंगों में एक अंग कल्प सूत्र है जिसके उपांग श्रौत्र, धर्म और गुह्य सूत्र हैं और श्रौत्र सूत्र के भाग के रूप में शुल्व सूत्र आते हैं। अपेक्षा की जाती है कि चार वेद तथा अनेकानेक संहिताओं के साथ हजारों श्रौत्र एवं शुल्व सूत्र होने चाहिये परन्तु दुर्भाग्य से मात्र 13 श्रौत्र तथा 9 शुल्व सूत्र ही उपलब्ध हैं।

शुल्व का अर्थ रस्सी या धागा है। रस्सी की सहायता से तरह-तरह की वेदी, अग्निचिति, मंडप इत्यादि का विन्यास तथा भूमापन करने की विधियाँ सूत्र रूप में शुल्वसूत्र में दी गयी हैं। रस्सी की सहायता से आज भी राजमिस्त्री, भूमापन अधिकारी आदि लोग कार्य करते हैं।

उपलब्ध शुल्वसूत्र – उपलब्ध शुल्व सूत्रों में कृष्ण यजुर्वेदांतर्गत सात शुल्वसूत्र हैं- 1. बौधायन 2. आपस्तंब 3. सत्याषाढ़ 4. वाधुल 5. मानव 6. मैत्रायण 7. वराह तथा शुक्ल यजुर्वेदांतर्गत कात्यायन शुल्वसूत्र आठवाँ शुल्वसूत्र है।

बौधायन शुल्वसूत्र – बौधायन शुल्वसूत्र का अंतर्भाव तैतरीय संहिता में है। सभी शुल्वसूत्रों में बौधायन अधिक प्रसिद्ध हुआ।

बौधायन प्रमेय-

दीर्घचतुरस्रस्याक्ष्णयारज्जुः पार्श्वमानी तिर्यङ्मानी च।

यत् पृथग्भूते कुरुतस्तदुभयं करोति ॥ [BSS सूत्र 48, पृ. 11]

अर्थ- आयत के विकर्ण के वर्ग का क्षेत्रफल, दोनों भुजाओं के वर्गों के क्षेत्रफलों के योगफल के बराबर होगा।

वृत्त के क्षेत्रफल के बराबर का वर्ग बनाने के लिय यह सूत्र दिया गया है :

मण्डलं चतुस्त्रं चिकीर्षन्विष्कंभमष्टौ भागांकृत्वा भागमेकोनत्रिंशधा विभाज्याष्टाविंशतिभागानुद्धरेत् भागस्य च षष्टमष्टमभागोनम् ॥

[BSS 1.59]

इस सूत्र के अनुसार वृत का व्यास क्ष हो तो समक्षेत्र के वर्ग की भुजा का लगभग मान =

$$क्ष \times \left(\frac{7}{8} + \frac{1}{8 \times 29} - \frac{1}{8 \times 29 \times 6} + \frac{1}{8 \times 29 \times 6 \times 8}\right)$$

बौधायन प्रमेय का प्रमाण –

त्रिकचतुष्कयोः द्वादशिकपञ्चिकयोः पञ्चदशिकाष्टिकयोः सप्तिक

चतुरविंशकयोः द्वादशिकपञ्चत्रिंशिकयोः पञ्चदशिकषट्त्रिंशिकयोरित्येतासु उपलब्धिः ॥ [सूत्र 49, पृ. 11]

समकोण त्रिभुज की भुजाएँ पूर्णांक में हों तो इन लम्बाइयों को लेकर बौधायन त्रिक बनता है। तीन भुजाओं की लंबाई को एक साथ लिखने पर जैसे (3,4,5) को बौधायन त्रिक कहते हैं। ऐसे कुछ तरीकों के उदाहरण उक्त श्लोक में मिलते हैं। श्लोक में त्रिभुज की दो छोटी भुजाओं की लम्बाइयाँ दी हुई हैं। इनसे बने त्रिभुज के कर्ण भी पूर्णांक ही हैं। इस श्लोक में दिए उदाहरणों से ये त्रिक् बनते हैं -

(3,4,5), (12,5,13), (7,24,25), (12,35,37), (15,36,39)

बौधायन शुल्वसूत्र में $\sqrt{2}$ का मान -

प्रमाणं तृतीयेन वर्धयेत्तच्च चतुर्थेनात्मचतुस्त्रिंशोनेन सविशेषः ।

[BSS 1.61, 62]

इकाई (Unit) भुजा की लंबाई की (इसके) एक तिहाई से वृद्धि करें और इसमें इसका (एक तिहाई भाग का) चौथाई भाग मिला दें और इसका $\frac{1}{34}$ व्यवकलित करें ।

अर्थात् $\sqrt{2} = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3 \times 4} - \frac{1}{3 \times 4 \times 34} = 1.414256$

Scanned by CamScanner

सविशेषः इसका संकेत है कि यह मान लगभग मान है।

वास्तव में यह दशमलव के 5 अंकों तक शुद्ध है।

पाई (π) का मान –

बौधायन शुल्वसूत्र (1.113) में कहा है कि यूप के लिए खोदे गए एक पद व्यास के वृत्ताकार गड्ढे की परिमिति तीन पद होती है । इस उदाहरण में पाई π का सन्निकट मान 3 लिया गया है।

त्रिपदपरिहानी यूपोपराणीति ॥ [BSS 1.113]

शुल्वसूत्रों में वेदियों के निर्माण के लिए प्रयोग किए गए। इनको देखकर श्रौतसूत्र काल में भारतीयों के ज्यामिति (भूमिति) विषयक ज्ञान की उन्नत अवस्था का परिचय प्राप्त होता है।

संदर्भ पुस्तक –

1. चार शुल्वसूत्र, लेखक – डॉ. रघुनाथ पुरुषोत्तम कुलकर्णी, प्रकाशक – महर्षि संदीपनि राष्ट्रीय वेद विद्या प्रतिष्ठान, उज्जैन, (म.प्र.)
2. Indian Contribution to Mathematics & Astronomy, By Vedveer Arya, Published by- Aryabhatta Publications, Hydrabad.
3. The Sulvasutras of Baudhayana, Apastambha, Katyayana and Manava, S.N.Sen, INSA, New Delhi 1983.

* BSS को बौधायन शुल्व सूत्र, ASS को आपस्तम्ब शुल्व सूत्र, KSS को कात्यायन शुल्व सूत्र तथा MSS को मानव शुल्व सूत्र समझें।

KB

2. आर्यभट प्रथम

आर्यभट का जन्म 476 ई॰ में बिहार के कुसुमपुर में हुआ था। कुसुमपुर को बाद में पाटलिपुत्र कहा गया है और वर्तमान में यह बिहार की राजधानी पटना है। पटना के पास ही खगौल और तारेगना नामक स्थान हैं। मान्यता है कि यहाँ आर्यभट की वेधशाला थी जहाँ वे खगोल का निरीक्षण करते थे। यह समय भारत का स्वर्ण युग था। इस समय सम्पूर्ण भारत मगध शासक के निर्देशन में चहुंमुखी प्रगति कर रहा था। इसी काल में आर्यभट ने 23 वर्ष की आयु में सन् 499 ई॰ में आर्यभटीय नामक ग्रंथ की रचना की।

इस ग्रन्थ के चार प्रमुख भाग हैं :-

1. गीतिका पाद 2. गणित पाद 3. कालक्रिया पाद 4. गोल पाद।

गीतिका पाद में 13 श्लोक, गणित पाद में 33 श्लोक, कालक्रिया पाद में 25 श्लोक तथा गोल पाद में 50 श्लोक हैं। इस प्रकार आर्यभटीय ग्रन्थ में 121 श्लोक हैं।

आर्यभटीय के गणित पाद में जो विषय दिये हैं वे इस प्रकार हैं : संख्या स्थान निरूपण, वर्ग और घन, परिकर्म, वर्गमूल, घनमूल, त्रिभुज, वृत्त और समलम्ब चतुर्भुज के क्षेत्रफल तथा गोल और पिरामिड का आयतन तथा π का मान, Rsin सारणी, श्रेढी गणितम्, त्रैराशिक, व्यस्त त्रैराशिक, पंचराशिक, सप्तराशिक, विपरीत कर्म, युगपत समीकरण, कुट्टक।

आर्यभटीय पर भास्कर प्रथम (629 ई॰) ने भाष्य लिखा है। यह भाष्य बहुत प्रसिद्ध है। आर्यभट का योगदान अतुलनीय है। महत्वपूर्ण बिन्दुओं में से कुछ बिन्दुओं का उल्लेख यहाँ किया जा रहा है।

1. संख्याओं को व्यक्त करने की वर्णांक प्रणाली आर्यभट की मौलिक खोज है।
2. त्रैराशिक, पंचराशिक, सप्तराशिक के नियम आर्यभट ने दिये हैं। इस प्रकार के नियम देने वाले वे प्रथम गणितज्ञ हैं।
3. π का मान : आर्यभट के अनुसार

Scanned by CamScanner

चतुरधिकम् शतमष्टगुणम् द्वाषष्टिस्तथा सहस्राणाम्।
अयुतद्वयविष्कम्भस्यासन्नो वृत्तपरिणाहः ॥ 10 ॥

अर्थ : सौ में चार जोड़कर 104 को 8 से गुणा करें और इसमें 62000 जोड़ें। यह योगफल 20000 व्यास के वृत्त की परिधि का लगभग माप होगा अर्थात् 20000 व्यास के वृत्त की परिधि लगभग 62832 होगी।

पाई (π) =परिधि/व्यास

$= \frac{62832}{20000}$ लगभग।

वास्तविक मान और इस लगभग मान में एक मीटर में 0.4 मिलिमीटर जितना अंतर भी नहीं है। आर्यभट पहले गणितज्ञ हैं जिन्होंने परिधि और व्यास के अनुपात अर्थात् (π) पाई का यह लगभग मान ज्ञात किया।

4. कुट्टक ($ax+by=\pm c$ जहाँ सभी संख्याएं पूर्णांक हैं) समीकरण हल करने की विधि देने वाले आर्यभट प्रथम गणितज्ञ थे।
5. R x sine सारणी 0° से 90° तक उन्होंने दी है। पृथ्वी की परिधि 360°= 360X60 मिनट। इसे $2\times\pi = 2\times 3.1416$ से भाग देने पर पृथ्वी की त्रिज्या 3437.7 होती है। आर्यभट ने R=3437 लिया है। अपनी सारणी में R x sine के मानों अंतर लिखकर $\frac{y-y_1}{x-x_1}$ चलन कलन (*calculus*) की ओर अपना कदम बढ़ाया है। इस प्रकार की सारणी देने वाले वे प्रथम गणितज्ञ हैं। इस सारणी में दिये गये मानों की शुद्धता उल्लेखनीय है। वे त्रिकोणमिति के आविष्कर्ता हैं।
6. ज्यामिति में त्रिभुज का क्षेत्रफल तथा जीवा और व्यास से सम्बन्धित अनेक सिद्धांत उन्होंने दिये हैं।
7. पृथ्वी गोल है ऐसा कहने वाले वे प्रथम खगोलशास्त्री हैं।
8. ग्रह स्वयं प्रकाशित नहीं हैं। उनका जो भाग सूर्य के सामने आता है उसी में प्रकाश रहता है यह जानकारी आर्यभट ने दी।
9. सूर्य स्थिर है तथा पृथ्वी आदि ग्रह सूर्य की परिक्रमा करते हैं यह बात आर्यभट ने बताई है।

10. आर्यभट ने सूर्यग्रहण और चन्द्रग्रहण के कारणों को स्पष्ट किया है।

छादयति शशी सूर्यं शशिनं महती च भूच्छाया ।।37।।

अर्थ – चन्द्रमा सूर्य को ढकता है तथा चन्द्रमा को पृथ्वी की छाया ढकती है।

आर्यभट का कार्य परवर्ती गणितज्ञों के लिए मार्गदर्शक सिद्ध हुआ। आर्यभट की प्रसिद्धि भारत में ही नहीं अपितु विदेशों में भी है। महान खगोलशास्त्री एवं गणितज्ञ होने के कारण अरब वासी इन्हें ''अरज भर'' नाम से पुकारते थे।

भारत ने 19 अप्रैल 1975 को अन्तरिक्ष में अपना पहला उपग्रह छोड़ा उसका नाम आर्यभट रख कर आर्यभट के योगदान के प्रति सम्मान प्रकट किया है।

संदर्भ :

1. Aryabhatiya of Aryabhata, with commentary of Bhaskara I, and Someshvara, Ed. by K.S.Shukla, INSA, New Delhi, 1976
2. गणित पाद, श्लोक 1 से 33, पृ. 43 से 171
3. गोल पाद, श्लोक 1 से 50, पृ. 240 से 288
4. Pride of India, Samskrita Bharati, Zhandewala, New Delhi, p. 42, 63, 68

आर्यभट्ट का देहावसान - AD 550 है।

Scanned by CamScanner

3. वराहमिहिर

वराहमिहिर का जन्मकाल पाँचवीं शताब्दी के अन्तिम चरण में माना जाता है। विक्रम सं॰ 556 तदनुसार 499 ई॰ के लगभग इनका जन्म काल है। उज्जैन मध्य प्रदेश से 20 किलोमीटर दूरी पर स्थित कायथा (कायित्थका) नामक स्थान इनका जन्म स्थान है।

वराहमिहिर के पिता का नाम आदित्य दास था। इनके माता-पिता सूर्य के उपासक थे। वराहमिहिर ने कायित्थका में एक गुरुकुल की स्थापना की थी। वराहमिहिर के छः प्रमुख ग्रन्थ हैं -

1. पंच सिद्धान्तिका 2. बृहज्जातक 3. बृहद्यात्रा
4. योगयात्रा 5. विवाह पटल 6. बृहत् संहिता।

इन ग्रन्थों में पंच सिद्धांतिका एवं बृहत् संहिता विशेष प्रसिद्ध हैं। पंच सिद्धांतिका में वराहमिहिर ने पाँच सिद्धांतों का सम्पादन किया है। ये सिद्धांत 1. पौलिश 2. रोमक 3. वशिष्ठ 4. सौर 5. पितामह नाम से हैं।

वराहमिहिर ज्योतिष के साथ-साथ खगोल विज्ञान के भी ज्ञाता थे। पंच सिद्धांतिका के प्रथम खण्ड में खगोल विज्ञान पर व्यापक विचार मिलता है। चतुर्थ अध्याय में त्रिकोणमिति से सम्बन्धित निम्नलिखित कई सूत्र मिलते हैं। इन्हें वर्तमान पद्धति में इस प्रकार प्रदर्शित कर सकते हैं-

$$R \sin 30^0 = \frac{R}{2}$$

$$R \sin 60^0 = \frac{\sqrt{3}}{2} R$$

$$R \sin 90^0 = R$$

$$(R \sin A)^2 = \frac{R}{2}(R - R \cos 2A)$$

और $(R \sin A)^2 + (R \cos A)^2 = R^2$

$$R \sin\left(\frac{\pi}{2} - A\right) = \sqrt{R^2 - (R \sin A)^2}$$

$$\sin^2 A = \frac{1}{2}(1 - \cos 2A)$$

इसी प्रकार वराहमिहिर ने 24 ज्या मान (R sin A value) वाली ज्या सारणी (Sine Table) दी है।

वृहत् संहिता ग्रन्थ के पाँच खण्ड हैं। इनमें गणित का प्रचुर प्रयोग विद्यमान है। वराहमिहिर विश्व के प्रथम गणितज्ञ हैं जिन्होंने संचय और विकल्प ज्ञात करने के लिए एक पद्धति विकसित की है जिसे भट्टोत्पल नामक टीकाकार ने 'लोष्ठक-प्रस्तार' यह नाम दिया। यह रचना पास्कल त्रिकोण से सर्वथा भिन्न है। इसके अनुप्रयोग से ^nC_r तथा ^nP_r के मान प्राप्त होते हैं। गन्धयुक्ति नामक प्रकरण में इसी आधार पर 48000 से भी अधिक सुगन्धित द्रव्य, धूप, तैल आदि की संकल्पना विद्यमान है।

इसी प्रकरण में 'कच्छपुट' शीर्षक के अन्तर्गत 16 पदार्थों को 4 x 4 भद्रचतुर्भुज (Magic Square) में स्थापित कर उनके पूर्वनिश्चित प्रमाणों का योग भद्रांक (Magic Constant) 18 होने वाले सभी संचय सुगन्धित द्रव्य निर्माण हेतु सुयोग्य माने गये हैं। यह चतुर्भुज Pandiagonal Magic Square होने के साथ-साथ Most Perfect Magic Square भी है।

इन ग्रन्थों से हमें प्राचीन भारतीयों की वैज्ञानिक दृष्टि एवं अनुसंधान वृत्ति का ज्ञान प्राप्त होता है।

वराहमिहिर की बहुमुखी प्रतिभा के कारण उनका विशिष्ट स्थान है। इनका निधन लगभग 644 वि॰सं॰ अर्थात् 587 ई॰ के आस-पास हुआ।

संदर्भ :

1. Mathematics in Anicient and Medieval India, A.K.Bag, Chaukhamba Orientalia, Varanasi, 1979, pages 16, 17, 231, 235, 247
2. Magic Squares - Sailesh Das Gupta, Institute of Art and Handicraft, Calcutta, Page 8
3. A study in Mathematical Contribution of Varahmihira and his Heritage, G.S.Pandey, Indian Institute of Advances Study, Shimla, 2010

Scanned by CamScanner

4. ब्रह्मगुप्त

ब्रह्मगुप्त का जन्म 598 ई॰ अर्थात् 520 शक संवत् (541 वि॰सं॰) में हुआ था। इनका जन्म स्थान भिनमाल, माउण्ट आबू, राजस्थान में है। यह गुजरात सीमा से लगा हुआ है। ब्रह्मगुप्त उज्जैन गुरुकुल के प्रमुख खगोल शास्त्री थे। उन्होंने 30 वर्ष की आयु में 628 ई॰ में ''ब्राह्मस्फुट सिद्धांत'' नामक प्रसिद्ध ग्रन्थ की रचना की। ब्राह्मस्फुट सिद्धान्त भारतीय खगोल शास्त्र का प्रमाणिक एवं मानक ग्रन्थ है। इस ग्रन्थ में 24 अध्याय तथा 1080 श्लोक हैं।

इस ग्रन्थ के अलावा इनका ''खण्डखाद्यकम्'' नामक करणग्रन्थ उपलब्ध है। इसमें विशेषकर अंतर्वेशन (Interpolation) तथा समतल त्रिकोणमिति एवं गोलीय त्रिकोणमिति दोनों में sine (ज्या) और cosine (कोटिज्या) के नियम उपलब्ध हैं। उपर्युक्त दोनों ग्रंथ भांडारकर प्राच्य विद्या संशोधन मंदिर, पुणे, महाराष्ट्र में देखे जा सकते हैं। ब्रह्मगुप्त के इन ग्रन्थों के अरबी और फारसी भाषा में अनुवाद के माध्यम से भारत का यह गणित एवं खगोल विज्ञान का ज्ञान अरब तथा बाद में पश्चिम के देशों को प्राप्त हुआ। ब्रह्मगुप्त के कार्य के प्रमुख बिन्दु निम्नलिखित हैं-

1. वर्गमूल तथा घनमूल ज्ञात करने की सरल विधियाँ दी हैं।
2. शून्य के गुणधर्म की व्याख्या की है।
3. वर्गसमीकरण के मूल ज्ञात करने की विधि ब्रह्मगुप्त ने दी है, जो इस प्रकार है :

वर्गचतुर्गुणितानां रूपाणां मध्यवर्गसहितानाम्।
मूलं मध्येनोनं वर्गद्विगुणोद्धृतंमध्यः॥
(कुट्टकाध्याय, 18.44)

अर्थ :–

माना कि वर्ग समीकरण $ax^2 + bx = c$ है।

तब $x = \dfrac{\sqrt{4ac + b^2} - b}{2a}$

वर्तमान में प्रचलित सूत्र तथा इस विधि में समानता स्वयं स्पष्ट है।

4. $Nx^2 + c = y^2$ इस प्रकार के द्विघाती अनिर्धार्य समीकरणों को हल करने के लिए ब्रह्मगुप्त ने दो पूर्वप्रमेयों (lemma) का प्रयोग किया है। बाद में इन पूर्वप्रमेयों को आयलर तथा लाग्रांज ने भी स्वतंत्र रूप से आविष्कृत किया।
5. ब्रह्मगुप्त का ज्यामिति के क्षेत्र में विशेष योगदान है। इन्होंने त्रिभुज तथा चक्रीय चतुर्भुज के क्षेत्रफल ज्ञात करने का सूत्र दिया है जो इस प्रकार है:

स्थूलफलं त्रिचतुर्भुजबाहु प्रतिबाहुयोगदलघातः।
भुजयोगार्धचतुष्टयभुजोनघातात्पदं सूक्ष्मम्॥

भुजाओं के योग के आधे को चार बार लिखकर भुजाएँ घटाएँ, इन्हें गुणा कर वर्गमूल निकालें।

चक्रीय चतुर्भुज का क्षेत्रफल $= \sqrt{(s-a)(s-b)(s-c)(s-d)}$

जहां a, b, c एवं d चक्रीय चतुर्भुज की भुजाएँ हैं तथा

$2s = a+b+c+d$ है।

त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ तथा $2s = a+b+c$

6. चक्रीय चतुर्भुज की भुजाएँ ज्ञात होने पर उसके कर्णों की लम्बाइयाँ ज्ञात करने का सूत्र उन्होंने दिया है जो इस प्रकार है

कर्णाश्रितभुजघातैक्यमुभयथान्योन्यभाजितं गुणयेत्।
योगेन भुजप्रतिभुजवधयोः कर्णौ पदे विषमे॥
[क्षेत्रव्यवहार, श्लोक 28]

यदि a, b, c एवं d चक्रीय चतुर्भुज की भुजाएँ हों तो

कर्ण-1 $= \sqrt{\dfrac{ad+bc}{ab+cd} \times (ac+bd)}$

कर्ण-2 $= \sqrt{\dfrac{ab+cd}{ad+bc} \times (ac+bd)}$

यह सूत्र ब्रह्मगुप्त प्रमेय के नाम से प्रसिद्ध है।

7. ब्रह्मगुप्त का पूर्णांक चक्रीय चतुर्भुज : ब्रह्मगुप्त ने ऐसे चक्रीय चतुर्भुजों की रचना करने की विधि बताई जिसमें सभी परिमाण (माप) पूर्ण संख्या हैं। उदाहरणार्थ : भुजाओं की लम्बाई (60, 52, 25, 39), कर्णों की

Scanned by CamScanner

लम्बाई (56, 63), क्षेत्रफल (1764), बहिर्वृत्त का व्यास (65), लघुभुजा का प्रक्षेप (24), कर्णों के प्रतिच्छेद द्वारा निर्मित अन्त:खण्डों के माप (16, 40, 30, 33), कर्णों के अन्त:छेद (36, 20, 48, 15) ये सभी पूर्णांक संख्या है। इस प्रकार के परिणाम देने वाले विश्व के प्रथम गणितज्ञ ब्रह्मगुप्त हैं। बाद में गणितज्ञ आयलर (1707-1783) ने इस प्रकार के चक्रीय चतुर्भुज बनाने की विधि ज्ञात की।

ब्रह्मगुप्त के गणित के क्षेत्र में मौलिक योगदान को समझकर विख्यात गणितज्ञ भास्कराचार्य ने उन्हें 'गणक चक्र चूड़ामणि' की उपाधि से सम्मानित किया है।

संदर्भ :

1. ब्राह्मस्फुटसिद्धान्त, सं. आचार्य राम स्वरूप शर्मा, इंडियन इन्स्टिट्युट ऑफ एँस्ट्रॉनामिकल एण्ड संस्कृत रिसर्च, नई दिल्ली, 1966
   (अ) गणिताध्याय, प्रकरण 12, पृ. 733 से 917
   (ब) कुट्टकाध्याय, प्रकरण 18, पृ. 1296 से 1315
   (स) शंकुच्छायादिज्ञानाध्याय, प्रकरण 19, पृ. 1296 से 1315
2. A Critical Study of Brahmagupta and his Works : Swami Satyaprakash Saraswati, Govindram Hasanand, Delhi, Ch 8-9,11.
3. Pride of India, Samskrita Bharati, Jhandewala, New Delhi, 2006, pages 29, 38, 39, 40
4. Brahmaganitam, Venugopal Heroor, Chinmaya International Foundation, Ernakulam, 2014

5. श्रीधराचार्य

श्रीधराचार्य का जन्म 750 ई॰ (लगभग) हुआ। इनके जन्म स्थान तथा जीवन वृत्त के सम्बन्ध में जानकारी अनुपलब्ध है। इनके ग्रन्थ त्रिशतिका के प्रथम श्लोक से ज्ञात होता है कि वे शैव थे।

नत्वा शिवं स्वविरचितपाट्या गणितस्य सारमुद्धृत्य।

लोकव्यवहाराय प्रवक्ष्यति श्रीधराचार्यः ॥ 1 ॥

अर्थ : शिव को नमस्कार करके स्वविरचित पाटी-गणित से गणित के सार को उद्धृत करते हुए श्रीधराचार्य लोकव्यवहार के लिए उसे निरूपित कर रहे हैं।

गणित के क्षेत्र में श्रीधर के ग्रन्थ अत्यन्त मूल्यवान् हैं। उन्होंने ऐसे अनेक सूत्र प्रदान किये जो इनसे पहले अज्ञात थे। इनके दो ग्रन्थ उपलब्ध हैं- 1. पाटीगणित 2. त्रिशतिका

त्रिशतिका यह पाटीगणित का सार है।

श्रीधराचार्य का योगदान -

1. दशगुणोत्तर संख्याएँ -

एकं दश शतमस्मात् सहस्त्रमयुतं ततः परं लसम्।

प्रयुतं कोटिमथार्बुदमब्जं खर्वं निखर्वं च ॥ 2 ॥

तस्मान्महासरोजं शंकुं सरितां पतिं ततस्त्वन्त्यम्।

मध्यं परार्थमाहुर्यथोत्तरं दशगुणाः संज्ञाः ॥ 3 ॥

अर्थ : एक, दश, शत पश्चात सहस्त्र, अयुत, इसके पश्चात् लक्ष, प्रयुत, कोटि, अर्बुद, अब्ज, खर्व, निखर्व, इसके पश्चात् महासरोज, शंकु, सरितांपति अर्थात् समुद्र पश्चात् अन्त्य, मध्य, परार्ध ये क्रमशः दशगुणोत्तर संख्याओं के नाम हैं। परवर्ती गणितज्ञों ने यह नामकरण लगभग कायम रखा है। संख्याओं के मान इस प्रकार हैं :

Scanned by CamScanner

एकम्	1	10^0
दशम्	10	10^1
शतम्	100	10^2
सहस्र	1000	10^3
अयुत	10000	10^4
लक्ष	100000	10^5
प्रयुत	1000000	10^6
कोटि	10000000	10^7
अर्बुद	100000000	10^8
अब्ज	1000000000	10^9
खर्व	10000000000	10^{10}
निखर्व	100000000000	10^{11}
महासरोज	1000000000000	10^{12}
शंकु	10000000000000	10^{13}
सरितापति	100000000000000	10^{14}
अन्त्य	1000000000000000	10^{15}
मध्य	10000000000000000	10^{16}
परार्ध	100000000000000000	10^{17}

2. प्रथम से लेकर क्रमशः n तक संख्याओं के योग का सूत्र श्रीधराचार्य ने दिया है। [पाटीगणित, श्रेढीव्यवहार, श्लोक 104]

3. अंक गणितीय श्रेढी में विद्यमान संख्याओं के वर्गों के एवं घनों के योग के लिए सूत्र दिये हैं। इस प्रकार के सूत्र देने वाले श्रीधराचार्य प्रथम गणितज्ञ हैं। सूत्र इस प्रकार हैं :

संख्याओं के वर्गों के योग के लिए -

द्विगुणितचयेन गणितं मुखसङ्गुणितं निरेकगच्छस्य।
कृतिसङ्कलितेन युतं चमकृतिगुणितेन वर्गयुतिः ॥ 105 ॥

स्पष्टीकरण

$$a^2+(a+d)^2+(a+2d)^2+....n \text{ पद}$$
$$= a[a+(a+2d)+(a+4d)+...n \text{ पद}]$$
$$+d^2[1^2+2^2+3^2+4^2+....(n-1) \text{ पद}]$$

संख्याओं के घनों के योग के लिए :

श्रेढीफलस्य वर्गे प्रचयहते (चय) विहीनवदनगुणम्।
मूलफलवध निदध्यादिष्टादिचयेन धनयोगः ॥ 107 ॥

स्पष्टीकरण

$$=a^3+(a+d)^3+(a+2d)^3+...+n \text{ पद}$$
$$=S^2d+S.a.(a-d)$$

जहाँ $S=\frac{n}{2}[2a+(n-1)d]$

4. वर्ग समीकरण हल करने की विधि : वर्गसमीकरण हल करने की श्रीधराचार्य की विधि को वर्तमान में वर्ग पूरक पद्धति (Completing the square) के नाम से जाना जाता है। श्रीधराचार्य का बीजगणित सम्बन्धी साहित्य अनुपलब्ध है, पर भास्कराचार्य ने श्रीधराचार्य का उल्लेख करते हुए यह श्लोक दिया है :–

चतुराहतवर्गं समै रूपैः पक्षद्वयं गुणयेत्।
अव्यक्तवर्गरूपैर्युक्तौ पक्षौ ततो मूलम्॥

[भास्कराचार्य, बीजगणित प्रकरण 8, श्लोक 4]

अर्थः माना कि वर्ग समीकरण $ax^2+bx=c$ है। दोनों पक्षों को 4a से गुणा करने पर $4a^2x^2+4abx=4ac$

Scanned by CamScanner

दोनों पक्षों में b^2 जोड़ने पर $4a^2x^2 + 4abx + b^2 = 4ac + b^2$

$$\Rightarrow (2ax+b)^2 = 4ac+b^2$$

$$\Rightarrow 2ax+b = \pm\sqrt{4ac+b^2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-b\pm\sqrt{4ac+b^2}}{2a}$$

5. ज्यामिति में श्रीधराचार्य का योगदान :

क. वृत्तखण्ड का क्षेत्रफल

ख. घनाभ का आयतन

ग. समवृत्तीय बेलन का आयतन

घ. शंकु के आयतन

इन सब के सूत्र त्रिशतिका में विद्यमान हैं। श्रीधराचार्य के ग्रन्थ ऐसे आलोक स्तम्भ की भाँति रहे जिनके प्रकाश में परवर्ती विद्वानों ने अपनी रचनाएँ प्रस्तुत कीं।

ब्रह्मगुप्त (628 ई॰) से भास्कराचार्य (1150 ई॰) के मध्य में श्रीधराचार्य (750 ई॰) जाज्वल्यमान नक्षत्र थे। इसलिए कहा गया है कि -

उत्तरतो सुरनिलयं दक्षिणतो मलयपर्वतं यावत्।
प्रागपरोदधिमध्ये नो गणकः श्रीधरादन्यः॥

अर्थात् उत्तर में हिमालय से दक्षिण के मलय पर्वत तक और पूर्व और पश्चिमी समुद्र की सीमा में श्रीधर की तुलना का कोई गणितज्ञ नहीं है।

संदर्भ :

1. पाटीगणित ऑफ श्रीधराचार्य, सं के.एस.शुक्ल, डिपार्टमेंट ऑफ मैथेमैटिक्स एण्ड एॅस्ट्रोनोमी, लखनऊ युनिवर्सिटी, 1959

2. त्रिशतिका, श्रीधराचार्य विरचिता, अनु. डॉ॰ सुद्युम्न आचार्य, राष्ट्रीय संस्कृत संस्थान, नई दिल्ली - 2004

(अ) श्लोक 105 एवम् 107, संदर्भ [1] पृ. 152, 153

(ब) ज्यामिति, संदर्भ [2], श्लोक 44 से 58, पृ. 121 से 148

6. महावीराचार्य

महावीराचार्य दिगम्बर जैन शाखा के प्रमुख गणितज्ञ थे। इनका जन्म काल 9वीं शताब्दी माना जाता हे। इनका निवास स्थान कर्नाटक प्रांत में था। राष्ट्रकूट वंश के राजा अमोघवर्ष (815-877 ई॰) के राज्य में महावीराचार्य रहते थे। इस काल (850 ई॰) में ही उन्होंने ''गणित सार संग्रह'' नामक ग्रन्थ की रचना संस्कृत भाषा में की थी। गणित सार संग्रह ग्रन्थ में 9 अध्याय हैं तथा 1131 श्लोक हैं।

गणितशास्त्र की प्रशंसा करते हुए महावीराचार्य कहते हैं कि

बहुभिर्विप्रलापैः किं त्रैलोक्ये सचराचरे।
यत्किञ्चिद्वस्तु तत्सर्वं गणितेन विना न हि॥

अर्थात् गणित के बारे में बहुत क्या कहना, तीनों लोकों में सचराचर (चेतन और जड़) जगत में जो भी वस्तु विद्यमान हैं वे सभी गणित के बिना संभव नहीं हैं।

महावीराचार्य का योगदान

1. लघुतम समापवर्त्य (L.C.M.) ज्ञात करने की विधि देने वाले महावीराचार्य विश्व के प्रथम गणितज्ञ थे।

छेदापवर्तकानां लब्धानां चाहतौ निरुद्धः स्यात्।
हरहतनिरुद्धगुणिते हारांशगुणे समो हारः॥

[गणितसारसंग्रह, अध्याय 3, श्लोक 56]

2. संचय (Combination) ज्ञात करने का सूत्र सर्वप्रथम महावीराचार्य ने दिया। किन्तु इसे वर्तमान में हेरीगॉन (1634 ई॰) के नाम से जाना जाता है।

एकाद्येकोत्तरतः पदमूर्ध्वधर्यतः क्रमोत्क्रमशः।
स्थाप्य प्रतिलोमघ्नं प्रतिलोमघ्नेन भाजितं सारम्॥

[गणितसारसंग्रह, अध्याय 6, श्लोक 218]

Scanned by CamScanner

अर्थात् संचयों की संख्या

$$= \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)\ldots\ldots\ldots\ldots(n-r+1)}{1\times2\times3\times\ldots\ldots\ldots\ldots\times r}$$

जहाँ n वस्तुओं की संख्या तथा r जितनी वस्तुएँ लेकर संचय बनाना है उनकी संख्या।

3. बीजीय व्यंजकों के दो अथवा अधिक पदों के वर्ग एवं घन का विस्तार करने की विधि दी है।

$$(a+b+c+d\ \ldots\ldots+m+n)^2 = a^2+b^2+c^2+\ldots\ldots\ldots\ldots+n^2$$
$$+2ab+2bc+2cd\ldots\ldots\ldots\ldots+2mn$$

$$(a+b+c+d\ldots\ldots\ldots\ldots+m+n)^3$$
$$= a^3+3a^2(b+c+\ldots\ldots\ldots+n) + 3a(b+c+\ldots\ldots\ldots\ldots+n)^2 +$$
$$(b+c+\ldots\ldots\ldots+n)^3$$

4. ज्यामिति के क्षेत्र में योगदान – ज्यामिति में त्रिभुज, चतुर्भुज, चाप आदि की सुस्पष्ट एवं सटीक व्याख्याएँ महावीराचार्य ने की हैं।

5. ऐसे समकोण त्रिभुज की रचना करना जिसमें भुजाओं, क्षेत्रफल तथा परिगतवृत के व्यास सभी की माप पूर्ण संख्याएँ होती हैं।

यद्यत्क्षेत्रं जातं बीजैस्संस्थाप्य तस्य कर्णेन।
इष्टं कर्णं विभजेल्लाभगुणाः कोटिदोः कर्णाः॥

(अ.7 श्लोक 122)

पाश्चात्य गणित इतिहास में इस प्रकार के त्रिभुज की रचना के सम्बन्ध में लियोनार्दो फिबोनासी (1202 ई॰) ने पहली बार विचार किया है।

6. संख्याओं के वर्ग और वर्गमूल के विषय में महत्वपूर्ण तथ्य दिये हैं-

धनं धनर्णयोर्वर्गौ मूले स्वर्णे तयोः क्रमात्
ऋणं स्वरूपतोऽवर्गोयतस्तस्मान्न तत्पदम् ॥ 52 ॥

अर्थात् किसी भी संख्या का वर्गमूल धनात्मक और ऋणात्मक होता है। ऋणात्मक संख्या किसी संख्या का वर्ग नहीं होती क्योंकि इसका वर्गमूल निकालना सम्भव नहीं है।

7. सम्मिश्र श्रेढी पर योगदान : महावीराचार्य ने अधिकहीन गुणसंकलितम् नामक श्रेढी के योग का जो सूत्र बताया है उसे महावीराचार्य का सर्वोत्तम योगदान कहा जाता है।

$$a+(ar\pm m)+[(ar\pm m)r\pm m]+$$
$$[\{(ar\pm m)r\pm m\}r\pm m]+\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ n$$ पदों तक

$$=\pm\frac{m}{r-1}\left|\frac{r^n-1}{r-1}-n\right|+a\left(\frac{r^n-1}{r-1}\right),$$ यदि r > 1

$$=\pm\frac{m}{1-r}\left|\frac{1-r^n}{1-r}-n\right|+a\left(\frac{1-r^n}{1-r}\right),$$ यदि r < 1

$$=\frac{n}{2}\,[2a+(n-1)\,d\,],$$ यदि r = 1

[गणितसारसंग्रह, श्रेणीबद्धसंकलितम्, श्लोक 314]

8. महावीराचार्य ने गुणोत्तर श्रेणी का गहराई से विचार किया और गुणोत्तर श्रेणी का nवाँ पद ज्ञात करने का सूत्र दिया है तथा n पदों का योग ज्ञात करने का सूत्र भी दिया है। [गणितसारसंग्रह, श्रेणीबद्धसंकलितम्, श्लोक 314]

9. छिन्नक (Frustum) जैसे ठोसों के आयतन ज्ञात करने का सामान्य सूत्र दिया है।

Scanned by CamScanner

भारतीय गणित के इतिहास में महावीराचार्य का अत्यन्त विशिष्ट स्थान है। इनके ग्रन्थ गणित सार संग्रह की एक झलक इनके कार्य के महत्व का चित्र हमारे मानस पटल पर अंकित करती है।

संदर्भ :

1. गणितसार संग्रह, संपा. डॉ॰ सौ॰ पद्मवथम्मा, श्री सिद्धान्तकीर्ति ग्रंथमाला, होम्बुजा, कर्नाटक-2000

   (क) लघुतम समपावर्त्य, प्र. 3, श्लोक 56, पृष्ठ 108

   (ख) संचय, प्र. 6, श्लोक 218, पृ. 348

   (ग) ज्यामिति, प्र. 7 पृ. 430 से 637

   (घ) वर्ग, वर्गमूल, प्र. 2, पृ. 31 से 36

   (ग) श्रेढीव्यवहार : प्र. 2, पृ. 45 से 80, प्र. 6 पृ. 394 से 429

2. Pride of India, Samskrita Bharati, Jhandewala, New Delhi - 2006, p. 31 to 35, 44 to 47

K

7. भास्कराचार्य द्वितीय

शब्दांकों का प्रयोग करते हुए भास्कराचार्य स्वयं के बारे में कहते हैं कि

रसगुणपूर्णमहीसम शकनृपसमयेऽभवन्ममोत्पत्तिः।
रसगुणवर्षेण मया सिद्धान्तशिरोमणी रचितः ॥ [गोलाध्याय 13.58]

मेरा जन्म शक संवत 1036 (रस = 6, गुण = 3, पूर्ण = 0, महि = 1 तथा 'अङ्कानाम् वामतो गतिः' के अनुसार) में हुआ था तथा मैंने (अपनी आयु के) 36वें (रस-गुण) वर्ष में 'सिद्धान्तशिरोमणि' (ग्रन्थ) की रचना की। इस अनुसार विक्रम संवत् 1171 अर्थात् सन् 1114 ई॰ इनका जन्म काल है। विज्जडवीड नामक गाँव में इनका जन्म हुआ था। कुछ लोगों का मत है कि यह स्थान बीजापुर कर्नाटक में है तथा कुछ लोगों का विश्वास है कि यह स्थान जलगाँव महाराष्ट्र में स्थित है।

भास्कराचार्य के पिता का नाम महेश्वर था। वे अपने पिता को ही अपना गुरु मानते थे। भास्कराचार्य उज्जैन गुरुकुल परम्परा के खगोलशास्त्री थे। गणित तथा खगोलशास्त्र पर "सिद्धान्त शिरोमणि" को मानक ग्रन्थ माना जाता है। इसके प्रमुख चार भाग हैं-

1. लीलावती 2. बीजगणितम् 3. ग्रहगणित 4. गोलाध्याय

इन चारों को अलग-अलग पुस्तक के रूप में भी माना जाता है। इन सभी ग्रन्थों के हिन्दी, मराठी, गुजराती, कन्नड़ आदि भाषाओं में अनुवाद हुए हैं। साथ ही फारसी तथा अंग्रेज़ी में भी इनके अनुवाद हो चुके हैं।

इनके ग्रन्थों की लोकप्रियता और उपयोगिता इस बात से प्रमाणित होती है कि इन ग्रन्थों पर चार हजार से भी अधिक टीकाएँ उपलब्ध हैं। इनके ग्रन्थ लीलावती और बीजगणितम् वर्षों तक पाठ्यपुस्तक के रूप में पढ़ाए जाते रहे हैं।

सिद्धान्तशिरोमणि ग्रन्थ में से दो प्रकरणों का विशेष उल्लेख करना उचित होगा। ये अध्याय हैं 'यन्त्राध्याय' और 'ज्योत्पति'।

आकाश निरीक्षण करने हेतु जिन साधनों का उपयोग होता है उनका वर्णन यन्त्राध्याय में है। ये साधन (यन्त्र) हैं, यष्टि, शङ्कु, घटिका, चक्र,

Scanned by CamScanner

चाप, तूर्य, गोलयन्त्र, नाडीवलय और फलकयन्त्र। इनमें फलकयन्त्र को 'अॅस्टोलॅब' इस आधुनिक यन्त्र का पूर्वज माना जाता है।

ज्योत्पति (ज्या उत्पत्ति) अध्याय में कुल 31 श्लोक हैं। यह भारतीय त्रिकोणमिति का लघुग्रन्थ है। ज्या, कोटिज्या तथा उत्क्रमज्या इन तीन फलों की व्याख्या और विविध त्रिकोणमिति सम्बन्धित सूत्रों का विवरण इसमें है।

योगदान :

1. संख्या के श्रीधराचार्य द्वारा दिये गये नामों को इन्होंने भी स्वीकार किया है, केवल दो स्थानों पर परिवर्तन किया है 1. महासरोज के स्थान पर महापद्म तथा 2. समुद्र के स्थान पर जलधि। [लीलावती श्लोक 12]

2. धनात्मक संख्या को शून्य से विभाजित करने पर प्राप्त होने वाली राशि का खहर नाम दिया है। ख से शून्य का बोध होता है। अत: खहर का अर्थ हुआ जिसके हर में शून्य हो। इस प्रकार यह खहर नाम देने वाले वे प्रथम गणितज्ञ हैं। इस संदर्भ में टीकाकार कृष्णदैवज्ञ बताते हैं कि "किसी भी संख्या को अल्प, अल्पतर, अल्पतम संख्या से भाग देने पर भागफल क्रमश: महत्, महत्तर तथा महत्तम होता है। अतएव 'परमाल्प' ऐसे शून्य से भाग देने पर परिणाम अवश्य ही परम महान होगा जो कि अनन्त है" [बीजपल्लव, पृष्ठ 28]

   इस अनन्त के सम्बन्ध में भास्कराचार्य कहते हैं कि "जिस प्रकार प्रलय काल में अनन्त परमात्मा में पदार्थों के विलीन होने पर अथवा सृष्टिकाल में उससे पदार्थों के उद्‌भूत होने पर उस 'अच्युत' या अनन्त पर कोई विकार नहीं आता है उसी प्रकार से खहर संख्या में भी संख्या के संकलन व्यवकलनादि परिकर्मों से कोई विकार नहीं होता है। अर्थात् $\infty \pm a = \infty$ [बीजगणित, श्लोक 20]

3. लीलावती का अन्तिम प्रकरण क्रमचय और संचय से सम्बन्धित है। भास्कराचार्य ऐसे प्रथम गणितज्ञ हैं जिन्होंने संख्याओं का क्रमचय ज्ञात करने की विधि को सूत्र रूप में $^nP_n = n!$ बताया। [लीलावती श्लोक 250] इन 'n' अंकों में एक अंक यदि 'r' बार आता है तब क्रमचय क्या होगा? तथा यदि एक अंक 'r' बार व दूसरा 'p' बार आता है तो क्रमचय क्या होगा इत्यादि का विवेचन भी है। [लीलावती श्लोक 253].

4. अंकपाश प्रकरण में ही खण्डमेरु इस शीर्षक के अन्तर्गत ऐसे त्रिकोण दिये हैं जो बाद में सत्रहवीं शताब्दी में पास्कल द्वारा भी दिए गए।

5. बीजगणित : द्विघाती अनिर्धार्य समीकरण सर्वदा जटिल समझे जाते हैं क्योंकि उसके अनन्त उत्तर सम्भव हैं। ब्रह्मगुप्त के इस विषय के कार्य को आगे बढ़ाते हुए भास्कराचार्य ने इस प्रकार के सभी समीकरणों का हल 'चक्रवाल' पद्धति से दिया है।

   सन् 1657 ई॰ में फर्मा नामक सुप्रसिद्ध गणितज्ञ ने इसी प्रकार का एक समीकरण $61x^2 + 1 = y^2$ गणितज्ञों के समक्ष हल करने हेतु प्रस्तुत किया जिसका हल खोजने के लिए पश्चिम के गणितज्ञों को लगभग पचहत्तर वर्ष लगे। अन्त में आयलर और लाग्रांज ने 1732 ई॰ में इस समीकरण को हल किया। भास्कराचार्य ने इस समीकरण सहित इस प्रकार के समीकरणों का हल चक्रवाल विधि द्वारा फर्मा से लगभग 600 वर्ष पूर्व ही प्राप्त कर लिया था।

6. पूर्णांक में व्यक्त भुजाओं वाले समकोण त्रिभुजों के बारे में भास्कराचार्य के निम्नांकित कार्य उल्लेखनीय हैं -

- एक भुजा ज्ञात हो तो शेष दो भुजाओं के मान ज्ञात करना। [लीलावती श्लोक 137, 139, 148]
- विकर्ण तथा अन्य दो भुजाओं के योग अथवा अन्तर का मान ज्ञात हो तो अन्य भुजाएँ ज्ञात करना। [लीलावती श्लोक 153, 154]
- ऐसा त्रिभुज अथवा बहुभुज बनाना असम्भव है जिसकी एक भुजा शेष भुजाओं के योग से बड़ी हो। [लीलावती श्लोक 158]

7. ज्यामिति : यूक्लिड द्वारा दी गई पायथागोरस प्रमेय की उपपत्ति से भास्कराचार्य द्वारा दी गई उपपत्ति बहुत सरल है।

   यहाँ यह उल्लेखनीय है कि वर्तमान में पायथागोरस के नाम से जाना जाने वाला प्रमेय वस्तुत: बौधायन प्रमेय है। बौधायन के लगभग 500 वर्ष बाद पायथागोरस का काल है।

Scanned by CamScanner

8. पाई (π) का मान

व्यासे भनन्दाग्निहते विभक्ते खबाणसूर्यैः परिधिस्तु सूक्ष्मः।
द्वाविंशतिघ्ने विहृतेऽथ शैलैः स्थूलोऽथवा स्याद्व्यवहारयोग्यः॥

[लीलावती श्लोक 194]

प्रथम पंक्ति का अर्थ - भ = नक्षत्र = 27, नन्द = 9, अग्नि = 3, भनन्दाग्नि = 3927 ख = 0, बाण = 5, सूर्य = 12, खबाणसूर्य = 1250 अर्थात्, व्यास के मान को 3927 से गुणा कर 1250 से भाग देने से (वृत्त के) परिधि का सूक्ष्म मान प्राप्त होता है।

द्वितीय पंक्ति का अर्थ - द्वाविंशति = 22, शैल = 7

व्यास को 22 से गुणा कर 7 से भाग देने से प्राप्त परिधि का स्थूल मान आता है जो व्यवहार के लिये उपयुक्त होता है। इस प्रकार से -

पाई (π) का स्थूल मान $\frac{22}{7}$ और सूक्ष्म मान $\frac{3927}{1250} = 3.1416$ है।

9. क्षेत्र व्यवहार (क्षेत्रमिति) प्रकरण में चिति (प्रिज्म), सूची (पिरामिड) तथा बेलन एवं घन के आयतन के सूत्र दिये हैं।

10. त्रिकोणमिति में समतल एवं गोलीय त्रिकोणमिति, इन दोनों के प्रगत विचार भास्कराचार्य को ज्ञात थे। यह देखकर वर्तमान गणितज्ञ आश्चर्य चकित रह जाते हैं।

11. भद्र चतुर्भुज (4 x 4 का जादुई वर्ग) बनाने की विधियाँ भास्कराचार्य ने अपने ग्रन्थों में दी हैं।

12. अन्य महत्वपूर्ण बिन्दु भी यहाँ उल्लेखनीय हैं जैसे कालगणना के सम्बन्ध में उन्होंने सूक्ष्म विचार किया है। पृथ्वी की गुरुत्वाकर्षण शक्ति की संकल्पना इनके ग्रन्थों में विद्यमान है। उन्होंने उज्जैन को शून्य रेखा वृत्त पर माना है। ग्रहों के आकार, पृथ्वी से उनकी दूरी एवं ग्रहों की गति ज्ञात करने की विधियाँ भी उन्होंने दी हैं।

13. चन्द्रमा स्वयं प्रकाशित नहीं है। चन्द्रमा पर से देखने पर पृथ्वी कहाँ दिखेगी इस प्रकार के प्रश्न तथा उनके हल भी भास्कराचार्य ने दिये हैं।

अतः बहुमुखी प्रतिभा सम्पन्न ऐसे महान गणितज्ञ के सम्बन्ध में अध्ययन करने पर ज्ञात होता है कि गणित एवं खगोलशास्त्र पर उनका योगदान अतुलनीय है। प्राचीन वैज्ञानिक परम्परा को आगे बढ़ाने वाले गणितज्ञ भास्कराचार्य के नाम से भारत ने अपने 7 जून 1979 को छोड़े उपग्रह का नाम भास्कर-1 तथा 20 नवम्बर 1981 को छोड़े प्रथम और द्वितीय उपग्रह का नाम भास्कर-2 रखा।

संदर्भ :

1. लीलावती ऑफ भास्कराचार्य, अनुवाद, पटवर्धन, सिंग, नैमपल्ली इ., मोतीलाल बनारसीदास, दिल्ली।
2. बीजगणित, अनु. एस.के.अभ्यंकर, भास्कराचार्य प्रतिष्ठान, पुणे, 1980
3. सिद्धान्तशिरोमणि ऑफ भास्कराचार्य, सं. डॉ. मुरलीधर चतुर्वेदी, सम्पूर्णानंद संस्कृत युनिवर्सिटी, वाराणसी- 1981
   (क) अंकपाश, संदर्भ [1], श्लोक 250 से 258
   (ख) क्षेत्रमिति, संदर्भ [1], प्रकरण 27 से 30
   (ग) कुट्टक, वर्गप्रकृति ; संदर्भ [2], प्रकरण 5 व 6
4. Pride of India, Samskrita Bharati, Jhandewala, New Delhi - 2006, p. 27, 28, 29

Scanned by CamScanner

8. नारायण पंडित

नारायण पंडित का जीवनकाल 1325 से 1400 ई. तक का है। इनके पिता का नाम नृसिंह था । उन्होंने 1356 ई. में **''गणित कौमुदी''** नामक ग्रंथ की रचना की । इनके द्वारा रचित अन्य ग्रंथ निम्नवत हैं –

1. बीजगणित तावतंस
2. लीलावती पर भाष्य
3. कर्म प्रदीपिका

नारायण नाम के एक और भी गणितज्ञ हुए हैं जिनका जीवन काल 1540-1610 ई. है।

नारायण पंडित ने अंक गणित, बीजगणित, ज्यामिति और जादुई वर्ग आदि पर कार्य किया है।

अंकगणित – नारायण पंडित ने कई विधियाँ वर्ग करने हेतु दी हैं-

$(a + b)^2 = (a - b)^2 + 4ab$

$25^2 = (15 + 10)^2 = (15 - 10)^2 + 4 \times 15 \times 10 = 25 + 600 = 625$

अन्य विधियाँ –

1. $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$

   $25^2 = (15 + 10)^2 = 15^2 + 10^2 + 2 \times 15 \times 10 = 625$

2. $n^2 = (n - a)(n + a) + a^2$

   $25^2 = (25 - 5)(25 + 5) + 5^2 = 625$

नारायण पंडित ने गुणा के लिए ''कपाट संधि'' विधि का उल्लेख किया है और इन्होंने शून्य, भिन्नों और ऋणात्मक संख्याओं पर अष्ट परिकर्म (जोड़ना, घटाना, गुणा, भाग, वर्ग, वर्गमूल, घन एवं घनमूल) पर कार्य किया है।

बीजगणित – नारायण पंडित ने वर्ग समीकरण और युगपत समीकरण को हल करने की विधियाँ बताई हैं। समीकरणों को हल करने के लिए आर्यभट की कुट्टक विधि का प्रयोग किया गया है। नारायण पंडित ने $nx^2 + 1 = y^2$ प्रकार के अनिर्धार्य समीकरणों को हल करने में भास्कराचार्य द्वितीय की चक्रवाल विधि का प्रयोग किया है।

उनके द्वारा हल किए गए उदाहरण निम्नलिखित हैं –

1. $97x^2 + 1 = y^2$ का हल $x = 6377352$ और $y = 62809633$
2. $103x^2 + 1 = y^2$ का हल $x = 2249$ और $y = 227528$ [1]

इन दोनों के हल अनन्त संख्या में हैं। यहाँ दिए हल सबसे छोटे वाले हैं।

ज्यामिति – नारायण पंडित ने चक्रीय चतुर्भुज पर कार्य किया है। उन्होंने इससे संबन्धित प्रमेय दिये हैं।

उन्होंने चक्रीय चतुर्भुज के परिगत वृत की त्रिज्या ज्ञात करने का सूत्र भी दिया है।

प्रमेय : चक्रीय चतुर्भुज के तीन विकर्ण संभव हैं। (परिशिष्ट देखें)

इन्होंने चक्रीय चतुर्भुज के परिवृत्त निकालने का सूत्र दिया है।

क्रमचय एवं संचय – नारायण पंडित ने अपने **गणित कौमुदी** के 13वें अध्याय में अंकपाश प्रकरण में क्रमचय एवं संचय की जानकारी दी है।

इस प्रकरण में पार्टिशन (Partition) पर भी जानकारी दी हैं। जिसमें श्रेणी का प्रत्येक पद अपने से पूर्व के ऐसे निश्चित संख्या के पदों का योग होता है। उदाहरण के लिए यदि प्रत्येक पद अपने से पूर्व के दो पदों के योग के बराबर हो तो यह श्रेणी बनती है –

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21 ....

इसे **फिबोनासी (Fibonacci)** श्रेणी के नाम से जाना जाता है।

नारायण पंडित के इन कार्यों का उपयोग कम्प्युटर की C और C++ भाषाओं में होता है।

जादुई वर्ग – नारायण पंडित ने विभिन्न प्रकार के चार, तीन और छः भुजाओं वाले तथा वृत्ताकार जादुई वर्ग बनाने की विधियाँ दी हैं।

भास्कराचार्य द्वितीय एवं माधव के कार्यकालों को बीच नारायण पंडित सशक्त कड़ी हैं।

संदर्भ –

1. गणित कौमुदी, 10
2. Indian Contribution to Mathematics & Astronomy, By Vedveer Arya, Published by - Aryabhatta Publications, Hyderabad

Scanned by CamScanner

9. माधव

भारत की उज्ज्वल गणित परंपरा में माधव का अत्यंत महत्वपूर्ण स्थान है। माधव प्रसिद्ध खगोल शास्त्री एवं गणितज्ञ थे। उनका जन्म कोचीन के पास संगमग्राम में हुआ था। वर्तमान में संगमग्राम को इरिन्नालाक्कुटा के नाम से जाना जाता है। माधव ने अपने महत्वपूर्ण योगदान से केरल की खगोल शास्त्र परंपरा को समृद्ध किया है।

माधव का जीवन काल 1340 ई. से 1425 ई. तक का है।

माधव का योगदान –

निम्नलिखित क्षेत्रों में माधव का महत्वपूर्ण योगदान है

1. अनंत श्रेढी, 2. त्रिकोणमिति, 3. कलन, 4. खगोलशास्त्र

त्रिकोणमिति फलनों के लिए अनंत श्रेणी –

माधव ने त्रिकोणमिति फलनों के लिए अनंत श्रेढी का प्रयोग किया है। इसमें से प्रमुख तीन ये हैं –

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \ldots$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \ldots$$

$$\tan^{-1} x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^3}{5} - \frac{x^7}{7} + \ldots$$

माधव ने π के मान के लिए निम्नलिखित अनंत श्रेढी दी है –

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} + \frac{1}{13} \ldots\ldots$$

$\tan^{-1} x$ की श्रेढी में x की जगह 1 लिखने पर यह बन जाती है।

π का मान माधव ने इस प्रकार दिया –

विबुधानेत्रगजाहिहुताशनत्रिगुणवेदाभवारणबाहवैः
नवनिखर्वमितेवृतिविस्तरे परिधिमानमिदं जगदुर्बुधः

श्लोक का अर्थ –

विबुध (देव) – 33, नेत्र – 2 , गज – 8, अहि (नाग) – 8 हुताशन (अग्नि)– 3, त्रि –3, गुण – 3, वेद – 4, भ (नक्षत्र) – 27 वारण (गज) – 8, बाहवै (भुजाएँ) – 2, यह 9 निखर्व व्यास के वृत्त की परिधि है।

संख्यानां वामता गति – के अनुसार इसे दाईं ओर से बाईं ओर लिखने पर श्लोक का अर्थ यह बनता है :–

9×10^{11} व्यास वाले वृत की परिधि 2827433388233 होगी।

π का मान इसमें 9×10^{11} से भाग देने पर 3.14105926503591

माधव द्वारा दिया गया π का मान दशमलव के 11 स्थानों तक शुद्ध है।

कलन – माधव ने प्राचीन गणितज्ञों भास्कराचार्य द्वितीय आदि के कलन संबंधी काम को आगे बढ़ाया।

अनेक पदों वाली राशि का अवकलन करना हो तो अलग अलग पदों का अवकलन किया जा सकता है, इसे बताया।

x का समाकलन $\frac{x^2}{2}$ होगा। यहाँ से समाकलन के चिंतन को आगे बढ़ाया।

साथ ही समाकलन से क्षेत्रफल निकालने की दिशा में माधव ने कार्य किया।

खगोलशास्त्र – चंद्रमा तथा अन्य आकाशीय पिंडों की गतियों का अध्ययन माधव ने किया।

Scanned by CamScanner

माधव को मध्ययुग का महानतम गणितज्ञ एवं खगोलज्ञ कहा गया है। इन्हें ''गणितीय विश्लेषण का संस्थापक'' भी कहा गया है।

संदर्भ –

1. G G Joseph (1991) The crest of peacock.
2. J J O' Connor and E F Robertson& "Madhav of Sangamgram" School of mathematics and statistics university of St. Andrews, Scottland - 2007.
3. Indian Contribution to Mathematics & Astronomy, By Vedveer Arya, Published by& Aryabhatta Publications, Hydrabad

10. चन्द्रशेखर सिंह सामंत

''युक्ति एवं तर्क की अपेक्षा प्रत्यक्षानुभूति अधिक बलवान होती है।''

यह वाक्य चन्द्रशेखर सिंह सामंत का है। आज के युग में व्यावहारिक ज्ञान पर जोर दिया जाता है। चन्द्रशेखर सिंह सामंत ने प्रत्यक्षानुभूति को अपने सारे कार्य की रीढ़ ही बना डाला। इनका पूरा नाम चन्द्रशेखर सिंह हरिचन्दन महापात्र था। इस विश्व प्रसिद्ध ज्योतिर्विज्ञानी का जन्म ओड़ीशा के नयागढ़ जिला के खंडपाड़ा राजवंश में पौष मास के कृष्ण अष्टमी के दिन सन् 1835 में हुआ था। इनके पिता श्री श्याम बंधु हरिचन्दन महापात्र एवं माता का नाम विष्णुमाली था। इनकी स्मरणशक्ति असाधारण थी। जो विषय एक बार पढ़ लेते थे, वह उनको कंठस्थ हो जाता था।[1]

चन्द्रशेखर सामंत संस्कृत के पंडित थे। वे कटक जिला के टिगिरिआ के प्रसिद्ध पंडित भुवनेश्वर बड़पंडा को गुरु बनाकर उनसे तर्क संग्रह, साहित्य तर्पण, सांख्य आदि षड्दर्शन सीखे। उन्होंने ग्रह नक्षत्रों की गतिविधियों का गहरा अध्ययन किया। इस रुचि को देख पिता श्याम बंधु ने उनका अनेक ग्रह नक्षत्रों से परिचय कराया। 10 वर्ष की आयु में उन्होंने अपने पिता से फलित ज्योतिष की शिक्षा प्राप्त की जिससे वे कोष्टी गणना सटीक रूप से करते थे।[2]

साथ ही गणित विधा अध्ययन में इनकी रुचि जागी। इन्होंने आर्यभट के सूर्य सिद्धान्त, आर्य सिद्धान्त, वराहमिहिर के पंचसिद्धांतिका, ब्रह्मगुप्त के ब्रह्मस्फुट सिद्धान्त एवं भास्कराचार्य के सिद्धान्त शिरोमणि और सूर्य सिद्धान्त जैसे ग्रन्थों का मनोयोग से अध्ययन किया।

1. विलक्षण स्मरण शक्ति के परिणामस्वरूप इन्होंने नैषध काव्य, कुमारसंभव, मेघदूत, किरातार्जुनीय मेघदूत, अभिज्ञान शाकुंतलम, अनर्घराघव, गीतगोविंद, स्मृतिशास्त्र, चरक संहिता, सुश्रुत संहिता, माधवकरनिदान आदि शास्त्रों का ज्ञान प्राप्त कर लिया।
2. वे नक्षत्र परिचय, जातकालंकार, वृहत जातक, ज्योतिषार्णव इत्यादि ग्रन्थों को पढ़ने लगे।

Scanned by CamScanner

बाइस वर्ष की आयु में अनुगोल जिला के राजवंश की कन्या सीतादेवी से इनका विवाह हुआ और ये भी उनके अनुसंधान में सहयोग करने लगीं। यह प्रत्यक्षानुभूति हेतु अति साधारण वस्तुओं से अनेक यंत्रों[3] का निर्माण इनकी महत्वपूर्ण उपलब्धि है। प्रयोग द्वारा प्राप्त ज्ञान का पूर्व ज्ञान से कई बार मेल नहीं खाता था, प्रभेद आया, अत: वे स्थूल गणना छोड़कर सूक्ष्म गणना करने लगे। सूर्यघड़ी की स्थापना और शंकु छाया यंत्र की सहायता से दिशा निर्णय करने का कार्य कियाा।

सूर्य ग्रहण और चन्द्रग्रहण के विषय में उनकी गणना सही थी। वे मान यंत्रों की सहायता से पर्वतों और वृक्षों की ऊंचाई को ठीक प्रकार से माप लेते थे। वे अपनी गणना को श्लोकों के माध्यम से लिखने लगे। 34 वर्ष की आयु में सिद्धान्त दर्पण[4] नामक ग्रंथ की रचना की । इस ग्रंथ में उन्होंने पूर्व के आचार्योंकी कई युक्तियों एवं तथ्य का खंडन कर स्वयं का मत दिया। सिद्धान्त शिरोमणि जैसा मौलिक ग्रंथ लिखने के कारण इनको भास्कराचार्य द्वितीय कहा गया।

यंत्रों द्वारा उपलब्ध गणनाएँ भूकेन्द्रित ही हो सकती हैं। पृथ्वी ब्रह्माण्ड के बीच में स्थित है ऐसा मानकर चन्द्रशेखर सामंत ने कार्य किया। सूर्य सहित मंगल, बुध, बृहस्पति, शुक्र, शनि आदि ग्रह वर्ष में एक बार पृथ्वी का परिभ्रमण करते हैं। मंगल, बुध, वृहस्पति, शुक्र एवं शनि पांचों ग्रहों के केन्द्र में सूर्य स्थित है। इसलिए ये पांचों ग्रह सूर्य के चारों ओर गति करते हैं। अत: ये ग्रह सूर्य केन्द्रित हैं। निकट में चंद्र और दूर में ग्रहों का मार्ग क्रमश: पृथ्वी के शून्य भाव की अपनी शक्ति के वल पर आकाश में स्थित हैं। कुछ समय बाद विद्वानों के सूर्यकेन्द्रित अध्ययन की विधि को मानना शुरू किया। अत: श्री सामंत के कार्य को कम मात्रा में आंका गया। वर्तमान काल में मान्यता कि पृथ्वी, सूर्य या और कोई केन्द्र बनाकर गणना की जा सकती है।

3. नन्दिता यंत्र, मानयंत्र, शंकुयंत्र, गोलयंत्र, उलम्बी चक्र एवं स्वयहवह यंत्र मुख्य हैं।

4. सिद्धान्त दर्पण में 24 अध्याय और 2500 श्लोक हैं। इसमें से 2284 श्लोक उन्होंने स्वयं रचे थे तथा 216 श्लोक अन्य ग्रन्थों से लिए थे। इसकी विषय वस्तु 5 भागों में विभक्त है - 1. मध्यमाधिकार, 2. स्फुटाधिकर, 3. त्रिप्रश्नाधिकार, 4. गोलाधिकार 5. कालाधिकार।

सिद्धान्त दर्पण में चन्द्र की विभिन्न गतियों का अध्ययन है जैसे त्रिविध गति के बारे में वर्णन किया गया है। यह तुगांतर, पाक्षिक और दिगांश तुगांतर है। तुगांतर गति में उन्होंने बताया कि 318 दिनों में चन्द्रमा एक डिग्री आगे या पीछे हटता है। पाक्षिक गति में चंद्रकला के ह्रास और वृद्धि का अध्ययन है। दिगंत गति में सूर्य से चंद्रमा की दूरी परिवर्तित होने का वर्णन है। आकाशशास्त्री ने 27 नक्षत्रों का वर्णन किया था किन्तु चन्द्रशेखर ने अभिजीत नक्षत्र को जोड़ कर 28 नक्षत्र बताए।

उपनिषदों में सूर्य के व्यास का माप 72000 योजन बताया गया। चन्द्रशेखर सामंत ने इसी के अनुसार गणना कर चंद्र का व्यास 444 योजन एवं पृथ्वी का व्यास 1600 योजन बताया। चन्द्रमा और पृथ्वी के व्यास वास्तविकता के लगभग ही हैं परंतु सूर्य का व्यास पृथ्वी के व्यास से लगभग 108 गुना होने के कारण सामंत की सूर्य सम्बन्धी गणना ठीक नहीं ठहरती। आधुनिक काल में वर्ष का लगभग 365 दिन 6 घंटा कहते हैं किन्तु चन्द्रशेखर सामंत ने इसको 365 दिन, 15 दंड, 31 लिता, 31 विलिता, 24 कला बताया। मात्र 2 खंड बांस काठी की सहायता से खाली आँख से वे पर्वत और वृक्षों की ऊंचाई माप लेते थे।

Scanned by CamScanner

11. श्रीनिवास रामानुजन्

महान गणितज्ञ श्रीनिवास रामानुजन् का जन्म गुरुवार दिनांक 22 दिसम्बर सन् 1887 को तमिलनाडु के इरोड नगर में अपने नाना के यहाँ हुआ। इनका पैतृक स्थान तंजौर जिले में कुम्भकोणम् है। कावेरी नदी के तट पर बसा हुआ अनेकानेक मंदिरों वाला कुम्भकोणम् धार्मिक तीर्थ है।

इनके पिता का नाम श्रीनिवास आयंगर था। वे निर्धन होते हुए भी स्वाभिमानी थे। उनके इस गुण का प्रभाव रामानुजन् पर भी पड़ा। इनकी माता का नाम कोमलताम्मल था। रामानुजन् की माँ धार्मिक तथा निश्चयात्मक बुद्धि की थीं। रामानुजन् ने अपनी माँ से भजन गाना, महाभारत, रामायण, पुराणों की कथाएँ सीखीं।

रामानुजन् की शिक्षा 1 अक्तूबर 1892 को विजयाष्टमी के दिन प्रारम्भ हुई। प्रारम्भ से ही वे जिज्ञासु वृत्ति एवं कुशाग्र बुद्धि के थे। सन् 1897 में नौ वर्ष की आयु में उन्होंने प्राथमिक पाठशाला की अंतिम कक्षा उत्तीर्ण की। इनके विषय तमिल, अंग्रेजी, गणित तथा भूगोल थे। वे प्राथमिक परीक्षा में अपने जिले में सर्वप्रथम रहे। और उन्होंने टाउन हाई स्कूल में प्रवेश लिया।

रामानुजन् की गणित में विशेष रुचि थी। हाई स्कूल तक अपनी कक्षा में वे हमेशा प्रथम आये। हाई स्कूल की परीक्षा सन् 1904 में उत्तीर्ण की और उसमें अच्छा स्थान प्राप्त करने पर उन्हें छात्रवृत्ति मिली।

हाई स्कूल परीक्षा उत्तीर्ण करने के पश्चात् रामानुजन् ने कुंभकोणम् कॉलेज में प्रवेश लिया। गणित में अत्यधिक समय देने के कारण वे एफ.ए. (आजकल की आइ०ए०) के प्रथम वर्ष में अंग्रेजी भाषा में अनुत्तीर्ण हो गये। परिणाम स्वरूप इनकी छात्रवृत्ति बंद हो गई और इस कारण अर्थाभाव से इनकी महाविद्यालयी पढ़ाई भी समाप्त हो गई।

सत्र 1909 में उनका विवाह जानकी से हुआ। अब वे नौकरी की खोज करने लगे। गणित में अद्वितीय योग्यता के आधार पर उन्हें कॉलेज के विद्यार्थियों के गणित की ट्यूशन पढ़ाने का काम मिला। लेकिन वे जिस स्तर पर गणित पढ़ाते थे वह विद्यार्थियों की समझ के बाहर था, अत: पढ़ाने का काम मिलना बंद हो गया। सन् 1912 में उन्होंने मद्रास पोर्ट ट्रस्ट के कार्यालय

में 30 रुपये मासिक पर लिपिक की नौकरी स्वीकार कर ली। परन्तु गणित में शोधकार्य जारी रहा। उनकी पूरी सम्पत्ति दो हस्तलिखित पुस्तिकाएँ थीं। मित्रों से वे कहते कि यदि मेरी मृत्यु हो जाए तो ये पुस्तिकाएँ प्रोफेसर सिंगारवेलु अथवा प्रोफेसर एडवर्ड रॉस को दे दी जाएँ।

16 जनवरी सन् 1913 में रामानुजन् ने कैम्ब्रिज विश्वविद्यालय के प्रसिद्ध गणितज्ञ प्रोफेसर जी.एच.हार्डी को ग्यारह पृष्ठों का एक पत्र लिखा और पत्र के साथ उन्होंने लगभग 120 प्रमेय भी भेजे। रामानुजन् के कार्य से प्रभावित होकर उन्होंने उनको इंग्लैण्ड बुला भेजा। उनके बुलावे पर 14 अप्रैल 1914 को रामानुजन् लन्दन पहुँचे। इंग्लैण्ड आते ही रामानुजन् ने अनुसंधान कार्य में कठिन परिश्रम करना प्रारम्भ कर दिया। कुल एक वर्ष में 1915 में रामानुजन् और हार्डी के सम्मिलित रूप से 9 शोध प्रकाशित हुए। रामानुजन् को उनके शोध पत्र के आधार पर बिना परीक्षा दिये मार्च 1916 में बी.ए. की उपाधि प्रदान कर दी गई। इंग्लैण्ड के प्रवास में हार्डी के साथ रामानुजन् के कुल 21 शोध पत्र प्रकाशित हुए।

हार्डी के सशक्त समर्थन और अपनी अद्वितीय प्रतिभा के आधार पर रामानुजन् 1917 में रॉयल सोसायटी के फैलो निर्वाचित किये गये। उस वर्ष फेलोशिप के लिए 104 विद्वानों का नामांकन किया गया था। उनमें से केवल 15 व्यक्ति निर्वाचित हुए, रामानुजन् उसमें से एक थे। यह सम्मान पाने वाले वे प्रथम भारतीय थे।

27 मार्च 1919 को वे इंग्लैण्ड से भारत पहुँचे। भारत में रामानुजन् का भव्य स्वागत किया गया।

शारीरिक रूप से रामानुजन् अत्यन्त दुर्बल हो चुके थे। उनकी बीमारी का इलाज प्रारम्भ किया गया।

भारत आने के पश्चात् कई महीने बाद 12 जनवरी 1920 को रामानुजन् ने हार्डी को एक पत्र लिखा इसमें मॉकथीटा फलन पर शोध से सम्बन्धित जानकारी थी। उसमें 650 सूत्र थे। बीमारी की अवस्था में भी रामानुजन् गणित के शोध कार्य में लगे रहे। ऐसे विलक्षण गणितज्ञ का 26 अप्रैल 1920 को अपने जीवनकाल के 33वें वर्ष में निधन हो गया।

गणित करने के लिए कागज खरीदने के पैसे न होने के कारण एक स्लेट

Scanned by CamScanner

जो अभी भी सुरक्षित है, उस पर गणितीय समस्याओं का हल करते थे और अन्तिम परिणाम एक नोटबुक पर लिखते थे अथवा किसी एक ओर से सादे कागज के टुकड़े पर लिख लेते थे।

मद्रास विश्वविद्यालय ''रामानुजन् इंस्टिच्यूट'' नामक संस्था चला रहा है। रामानुजन् सम्बन्धी साहित्य का संरक्षण और गणित शोध में यह संस्थान विश्व प्रसिद्ध है। इसने रामानुजन् की नोटबुक भाग-1, भाग-2 तथा उनके लिखे गणितीय परिणामों के उपलब्ध पुर्जों को सजाकर फोटो कर पुस्तिका के रूप में छापा है। रामानुजन् ने ये परिणाम कैसे निकाले इस पर शोध कर सौ के लगभग लोग गणित में पी॰एच॰डी॰ कर चुके हैं। जी.एच.हार्डी. ने "Collected Works of Ramanujan" लिखी है। वह पुस्तक तथा अनेक अन्य पुस्तकें उपलब्ध हैं।

व्यक्तित्व :

रामानुजन् भारतीय सभ्यता और संस्कृति के सच्चे पुजारी थे। इंग्लैण्ड जाते समय उन्होंने अपने पिता को वचन दिया था कि ''मैं इंग्लैण्ड में भी हिन्दुस्तानी रहूँगा और कोई ऐसी बात नहीं करूँगा, जिससे भारतीयता को चोट पहुँचे।'' इस वचन का उन्होंने पूर्णत: पालन किया। विदेश में अत्यधिक बौद्धिक कार्य के साथ-साथ वे अपना सारा काम अपने हाथ से करते थे और भोजन स्वयं पकाते थे। उनकी अध्यवसायशीलता अनुकरणीय है। वे अपने जीवन के अंतिम क्षण तक अभावों की परवाह न करते हुए अध्ययन, अनुसंधान एवं लेखन में प्रवृत्त रहे।

संदर्भ :

1. हिन्दी विशिष्ट, कक्षा 11वीं, छ.ग.मा.शि.म.रायपुर, महान गणितज्ञ श्रीनिवास रामानुजन्, – रामदास चौधरी
2. पुस्तक ''भारतीय वैज्ञानिक'', लेखक - कृष्णमुरारी लाल श्रीवास्तव, प्रकाशक - प्रतिभा प्रतिष्ठान, 1661 दखनीराय स्ट्रीट, नेताजी सुभाश मार्ग, नई दिल्ली- 110002
3. Sriniwas Ramanujan a Mathematial Genius; K.Sriniwas Rao, Institute of Mathematical Sciences, Chennai; East West Books, Chennai, Dec 2004; Page 17 Chap. 4 (Hardy on Ramanujan)

12. स्वामी भारती कृष्ण तीर्थ

स्वामी भारती कृष्ण तीर्थ का जन्म 14 मार्च 1884 (चैत्र शुक्ल तृतीया) को तिन्निवेलि (Tinnevally) तमिलनाडु में एक विद्या-विनय सम्पन्न परिवार में हुआ था। माता-पिता की ओर से उन्हें व्यंकट रमण नाम प्राप्त हुआ। व्यंकट रमण एक असाधारण कुशाग्र बुद्धि वाले विद्यार्थी थे। अपने सारे विद्यार्थी जीवन में सभी कक्षाओं में सभी विषयों में प्रथम स्थान पाते थे। उन्होंने अपनी मैट्रिक की परीक्षा मद्रास विश्वविद्यालय से जनवरी 1899 में हमेशा की तरह सर्वप्रथम स्थान प्राप्त कर उत्तीर्ण की।

संस्कृत भाषा पर उनका अधिकार और प्रभावपूर्ण धारा प्रवाह भाषण की उनकी क्षमता से प्रभावित होकर वर्ष 1899 में ही मद्रास संस्कृत संस्था ने उनको ''सरस्वती'' की उपाधि से विभूषित किया। इस स्थिति में उनके संस्कृत के गुरु श्री वेदम् वेंकटराय शास्त्री का उनके ऊपर अमिट प्रभाव नहीं भुलाया जा सकता। उनका स्मरण वे सदा श्रद्धापूर्वक तथा कृतज्ञता से करते थे।

बी.ए.और एम.ए. की परीक्षाओं में उन्होंने पूर्ववत् सर्वोच्च अंक प्राप्त किए। केवल बीस वर्ष की आयु में सन् 1904 में उन्होंने अमेरिकन कॉलेज ऑफ साइंस रोचेस्टर न्यूयार्क के बम्बई केन्द्र से सात विषयों में एक ही साथ एम.ए.की परीक्षा सर्वोच्च अंकों के साथ उत्तीर्ण कर सभी को आश्चर्य में डाल दिया। इन विषयों में इतिहास, संस्कृत, दर्शन, अंग्रेजी, गणित और विज्ञान जैसी विषय की विविधता के कारण उनकी यह उपलब्धि और भी विस्मयकारी थी।

धर्म और दर्शन के साथ-साथ आधुनिकतम राजनैतिक-वैज्ञानिक चिन्तन और अनुसंधान में उनकी रुचि जीवन भर कम नहीं हुई। अपनी शिक्षा पूर्ण कर लेने के बाद वे गोपाल कृष्ण गोखले और देशबन्धु चितरंजन दास द्वारा चलाए जा रहे राष्ट्रीय शिक्षा के आन्दोलन में भाग लेने के लिए नाममात्र के वेतन पर अध्यापक बन गये। तीन वर्ष पूरे होते-होते उनकी उत्कृष्ट आध्यात्मिक जिज्ञासा उन्हें श्रृंगेरी मठ की ओर खींच ले गई परन्तु राष्ट्रीय शिक्षा अभियान को अभी उनकी और आवश्यकता थी। इसलिए वे राज महेन्द्री के 'नेशनल कॉलेज' के प्राचार्य बनकर गए। यहाँ भी तीन वर्ष सेवा

Scanned by CamScanner

करने के बाद सन् 1911 में एक बार फिर वे श्रृंगेरी मठ के शंकराचार्य स्वामी सच्चिदानंद शिवाभिनव नृसिंह भारती के पास चले गए। वहाँ उन्होंने अगले आठ वर्ष वेद-वेदांग और दर्शन के गहन अध्ययन के साथ निकटवर्ती वनों में गंभीर योग साधना में व्यतीत किए। इसी साधना के दौरान उनको वैदिक ऋचाओं और आख्यानों के गूढ़ रहस्यों का दर्शन हुआ।

ज्ञान, आयु और अनुभव की प्रौढ़ता प्राप्त कर लेने के बाद 35 वर्ष की आयु में शारदापीठ के शंकराचार्य स्वामी त्रिविक्रम तीर्थ महाराज ने 4 जुलाई सन् 1919 को उन्हें काशी में सन्यास की दीक्षा दी और नाम दिया स्वामी भारतीकृष्ण तीर्थ।

सन्यास लेने के कुल दो वर्ष बाद ही सन् 1921 में उन्हें शारदा पीठ का शंकराचार्य बनाया गया। सम्पूर्ण भारत का भ्रमण और जन जागरण का उनका कार्यक्रम अनवरत चलता रहा। इसी अवधि में 1921 में उन्होंने कराची में आयोजित खिलाफत कांग्रेस में भाग लिया। देशभर में घूम-घूम कर स्वतंत्रता संग्राम की अलख जगाई और 1922 में मुंगेर में दिए गए एक व्याख्यान के कारण उन्हें हजारीबाग की जेल में एक वर्ष की सजा काटनी पड़ी।

सन् 1925 में उन्हें गोवर्धन पीठ के शंकराचार्य पद पर विभूषित किया गया। वे गोवर्धन पीठ के 143वें शंकराचार्य थे। उन्होंने 1953 में नागपुर में विश्वपुनर्निमाण संघ की स्थापना की।

1958 में खराब स्वास्थ्य के बावजूद 'सेल्फ रियलाइजेशन फेलोशिप' नामक संस्था के आमंत्रण पर संयुक्त राज्य अमेरिका की यात्रा की। स्वामी जी ने वहाँ तीन माह प्रवास किया। इस अवधि में उन्होंने कई महाविद्यालयों, गिरिजा घरों तथा सार्वजनिक संस्थानों में प्रवचन दिए। उन्हें गणितीय प्रदर्शन करने के लिए आमंत्रित किया गया था। अपनी वापसी यात्रा में उन्होंने कुछ भाषण ब्रिटेन में भी दिए थे।

वैदिक विज्ञान उनका प्रिय विषय था और वैदिक गणित को वे उसकी प्रत्यक्ष एवं व्यावहारिक विद्या के रूप में प्रस्तुत करते थे। इस प्रकार के सैकड़ों व्याख्यान उन्होंने भारत के विभिन्न नगरों में घूम-घूम कर वहाँ के प्रबुद्ध जनों के समक्ष दिये थे। काशी और नागपुर के विश्वविद्यालयों में तो उन्होंने बकायदा कक्षाएँ भी लगायी थीं।

स्वामी भारती कृष्ण तीर्थ द्वारा रचित ''वैदिक गणित'' नामक ग्रन्थ एक अद्‌भुत चमत्कारी एवं क्रान्तिकारी ग्रन्थ है। गणित के प्रश्नों को हल करने का इसमें नितांत नवीन दृष्टिकोण प्रस्तुत किया गया है। इस ग्रन्थ में 16 सूत्र, 13 उपसूत्रों के आधार पर शीघ्र गणना की विधियाँ प्रस्तुत की हैं।

वैदिक गणित ग्रन्थ परिचय -

'वैदिक गणित' नामक ग्रन्थ स्वामी जी के देहावसान के पश्चात् 1965 में बनारस हिन्दू विश्वविद्यालय द्वारा प्रथम प्रकाशित हुआ जो विश्वप्रसिद्ध है। इस पुस्तक का सम्पादन डॉ॰ वासुदेव शरण अग्रवाल ने किया है, जो उन दिनों विश्वविद्यालय में नेपाल राज्य ग्रंथमाला के प्रमुख संपादक थे। इस पुस्तक की प्रस्तावना स्वामी श्री प्रत्यगात्मानंद जी ने लिखी है तथा श्रीमती मंजुलाबेन त्रिवेदी द्वारा लिखित My Beloved Gurudeo यह लेख भी पुस्तक में समाविष्ट है। श्री स्वामी जी ने स्वयं इस पुस्तक की भूमिका लिखी है। पुस्तक कुल 40 प्रकरणों में विभाजित है; जिसमें 16 प्रकरण अंकगणित पर, 19 प्रकरण बीजगणित पर तथा 3 प्रकरण भूमिति पर हैं। एक अध्याय Vedic Numerical Code पर है तथा अन्तिम अध्याय में वैदिक गणित सूत्रों का अनुप्रयोग गणितशास्त्र के जिन विभिन्न शाखाओं में सम्भव है, उसकी चर्चा है। प्रकरणशः निम्नलिखित विषयों की चर्चा उपलब्ध है।

प्रकरण	**विषय अंकगणित**
1	वैदिक सूत्रों का प्रत्यक्ष प्रयोग (Actual Application of Vedic Sutras.)
2, 3	गुणन (Multiplication)
4, 5, 27	भाग (Division)
31, 32, 33	संख्याओं का वर्ग तथा घन (Square and Cube of Numbers)
34, 35, 36	संख्याओं का वर्गमूल तथा घनमूल (Square root and Cube root of Numbers)
26	आवर्त दशमलव (Recurring Decimals)
28	सहायक भिन्न (Auxiliary Fractions)
29, 30	विभाज्यता (Divisibility)

Scanned by CamScanner

प्रकरण	विषय बीजगणित
6	बहुपदों का भागाकार (Division of Polynomials)
7, 8, 9, 22	वर्ग तथा घन बहुपदों के गुणनखण्ड (Factorization of Quadratic and Cubic polynomials)
10	महत्तम समापवर्तक (Highest Common Factor)
11, 12 से 16, 20	रैखिक समीकरण तथा युगपत् रैखिक समीकरण (Simple equations, Merger type of Simple equations, Complex mergers, Simultaneous equations)
17, 18, 19, 21	वर्ग, घन तथा चतुर्घात समीकरण (Quadratic, Cubic, Bi-quadratic Equations)
23, 24	आंशिक भिन्न (Partial Fractions)

प्रकरण	विषय रेखागणित
37, 38	पायथागोरस प्रमेय, अपोलोनियस प्रमेय (Pythagoras Theorem, Apollonius Theorem)
39	विश्लेषिक शांकव गणित (Analytical Conics)
40	विविध विषय (Miscellaneous Matters)

प्रमेयों में किसी गणितीय सत्य का प्रतिपादन किया जाता है। इस अर्थ में स्वामी जी के सूत्र प्रमेय नहीं हैं, स्वामी जी के सूत्र सत्य को प्रमाणित करने तथा प्रश्नों को हल करने के विविध तरीके हैं। तर्क और परिणाम तक पहुँचने की विधियाँ हैं, सरलता, सुग्राह्यता, सहजता तथा शीघ्रता इन विधियों की विशेषता है।

आधुनिक काल में इन सूत्रों का प्रयोग अंकगणित, बीजगणित, रेखागणित, त्रिकोणमिति, खगोलशास्त्र, कलनशास्त्र (Calculus), सांख्यिकी (Statistics), प्रायिकता (Probability), इत्यादि क्षेत्रों में अधिक फलदायी सिद्ध हुआ है। इन सूत्रों के प्रयोग से विषयवस्तु को सरल एवं आनन्ददायी बनाने में बहुत सहायता होती है। इन सूत्रों के अभ्यासपूर्वक प्रयोग से न केवल गणनक्षमता की वृद्धि होती है, अपितु मेधाशक्ति, तर्कशक्ति, अनुमानक्षमता, आकलनशक्ति, सहसंबंध-विश्लेषण की क्षमता, पुनरावृत्तिमूलक क्षमता (Iterative ability), प्रतिमानवाचन क्षमता (Pattern reading ability) आदि मानसिक तथा बौद्धिक क्षमताओं का विकास होता है अर्थात् गणितशास्त्र के साथ-साथ अन्यान्य विषयों के अध्ययन-अध्यापन में ये सारी क्षमताएँ परमोपयोगी सिद्ध होती हैं।

आज का काल स्पर्धा परीक्षाओं का है। उसमें सफल होने के लिए गति एवं शुद्धता (Speed and Accuracy) अति आवश्यक है। इन सूत्रों के प्रत्यक्ष अनुप्रयोग से तथा इनके अभ्यास से वर्धित सभी क्षमताओं का उपयोग किसी भी स्पर्धा परीक्षा में फलदायी सिद्ध होता है, इसका अनुभव देश-विदेश के सम्बन्धित विद्वानों को आज हो रहा है।

वैदिक गणित की विधियाँ एक ओर जहाँ गणित शिक्षण को सरल एवं रोचक बनाती हैं वहीं दूसरी ओर नवीन शोध की ओर प्रेरित करती हैं।

गणित के क्षेत्र में स्वामी भारती कृष्ण तीर्थ का अद्वितीय योगदान है। उन्होंने 2 फरवरी (बसंत पंचमी) 1960 में बम्बई में महासमाधि ले ली।

संदर्भ

1. वैदिक गणित, मोतीलाल बनारसी दास पब्लिशर्स प्राइवेट लिमिटेड, बंगलो रोड, जवाहर नगर, दिल्ली
2. Secret of India's Greatness, Jagrati Prakashan, F-109, Sector - 27, Noida - 201301
3. वैदिक गणित परिचय, भारतीय शिक्षण मण्डल, कानपुर
4. वैदिक गणित प्रणेता, पूज्य श्री भारतीकृष्ण तीर्थ जी, शिक्षा संस्कृति उत्थान न्यास, नई दिल्ली।

Scanned by CamScanner

13. दत्तात्रेय रामचन्द्र कापरेकर

दत्तात्रेय रामचन्द्र कापरेकर का जन्म 17 जनवरी 1905 को महाराष्ट्र में मुम्बई के पास डहाणु में हुआ था। उनके पिता रामचन्द्र महादेव कापेरकर तथा उनकी माताजी का नाम जानकी बाई था।

1923 में उन्होंने मैट्रिक की परीक्षा उत्तीर्ण कर पुणे के फग्युर्सन महाविद्यालय में विज्ञान खण्ड में प्रवेश लिया। इस महाविद्यालय में पहले लोकमान्य तिलक गणित पढ़ाते थे बाद में नामदार गोपाल कृष्ण गोखले, रैंगलर परांजपे, रैंगलर महाजनी, प्रो. मो.ल.चंद्रात्रेय आदि का मार्गदर्शन उन्हें प्राप्त हुआ।

दत्तात्रेय को बचपन से ही देखी संख्या को लिखकर रखने की आदत थी। रेल या बस के टिकट पर, किसी वाहन पर, रेल के डिब्बों पर की संख्याएं लिखकर उन संख्याओं के वर्ग, घन, चतुर्थ घात या पंचम घात आदि की विशेषताएँ तथा गुणनफल का व्यस्तांक और उसे अपूर्णांक आदि लिखकर रखते थे। 1927 में महाविद्यालयी छात्रों के लिए आयोजित गणितीय स्पर्धा में थ्योरी ऑफ एन्वेलप्स विषय पर 93 पृष्ठों का निबन्ध लिखा, जिसके लिए उन्हें प्रथम पुरस्कार मिला यह उनके जीवन की प्रथम सार्वजनिक सफलता थी।

उन्हें कुछ काल के लिए वेधशाला में आकाश दर्शन का कार्य मिला। लेकिन उनका गणित शास्त्र, खगोल शास्त्र पर भारी सिद्ध हुआ और वे 1 जून1923 में जोराष्ट्रीयन (Zorastrian) पारसी आवासीय विद्यालय में शिक्षक पद पर कार्यरत हुए। वह विद्यालय बंद होने के बाद देवलाली कैंप कैण्टोनमेंट विद्यालय में शिक्षक पद पर नियुक्त हुए। 13 दिसम्बर 1932 को उनका विवाह कुलगाँव बदलापुर के निवासी कै. नारायण वामन जोशी की कन्या प्रभावती से हुआ। "थ्योरी ऑफ एन्वेलप्स" नामक शोध कार्य की बड़ी प्रसिद्धि हुई। कापरेकर को 'इंडियन मेथामेटिक्स सोसाइटी' का मानद सदस्य बनाया गया। 1938 से 1985 तक वे 'इंडियन मेथामेटिक्स सोसाइटी' के सभी वार्षिक अधिवेशनों में भाग लेते रहे।

अवकाश प्राप्ति के उपरांत यू.जी.सी. ने उन्हें राष्ट्रीय आचार्य (National Teacher) का सम्मान तथा वार्षिक धनराशि प्रदान की।

कापरेकर अपने गाँव खालापुर में जाते रहते थे और वहाँ के प्राथमिक विद्यालयों में छात्रों के साथ गणित विषय पर बातें करते रहते थे। ग्राम के लोग उन्हें **खालापुर का न्यूटन** नाम से सम्बोधित करते थे। कापरेकर के 75वें जन्मदिवस पर ग्रामवासियों ने उनका सम्मान कर उन्हें एक थैली भेंट की। कापरेकर ने उसमें अपनी ओर से कुछ राशि मिलाकर वह वापस कर दी। अब उस राशि के ब्याज से ग्राम में गणित विषय के प्रतिभावान छात्रों को छात्रवृत्ति दी जाती है।

4 जुलाई 1986 को नासिक में अभिनव भारत मंदिर में इनका दुखद निधन हो गया।

Scanned by CamScanner

14. शकुंतला देवी

शकुंतला देवी का जन्म 4 नवंबर 1929 को हुआ। बचपन में ही पिताजी ने उसे कार्ड गेम्स सिखाये और अपनी पुत्री को अंकों एवं संख्याओं को स्मृति मे रखने की विलक्षण क्षमता को पहचान लिया। इन्होंने बिना किसी शालेय शिक्षण के स्वयं की प्रज्ञा से गणना की विधाओं का विकास किया। अपनी उम्र के छठे वर्ष में उन्होंने मैसूर विश्वविद्यालय में गणितीय क्षमता का प्रदर्शन किया। इसी प्रकार और अनेक संस्थानों में सफलता प्राप्त करने के बाद अन्नामलाई विश्वविद्यालय में उन्हें यश मिला। मात्र 8 वर्ष की आयु में उसे एक **प्रज्ञावती बालिका** के रूप में स्वीकृति मिली।

गणितीय प्रज्ञा

सन 1944 में वह अपने पिताजी के साथ लंदन गई। 1950 में उन्होंने यूरोप का प्रवास किया। 1973 में अनेकों कार्यक्रम विधि संस्थानों, विश्वविद्यालयों एवं दूरदर्शनों में प्रस्तुत किए। 27 सितंबर 1973 को उन्होंने ब्रिटिश ब्राडकास्टिंग कार्पोरेशन (BBC) के राष्ट्रीय प्रसारण कार्यक्रम मे बॉब बेलगिस के साथ कार्यक्रम किया जिसमें उन्होंने उससे किए गए गणितीय कठिन कठिन सवालों के सही सही उत्तर देकर सभी को चकित कर दिया।

13 से 200 अंकों तक की संख्याओं का जोड़, घटाव, गुणा एवं भाग शीघ्रता से कुछ ही सेकेंड में वह करती थी।

1977 में उन्होंने 188132517 का घनमूल संगणक के उत्तर के पूर्व ही उनके द्वारा देने के कारण उन्हें **''मानव कम्प्युटर''** कहने लगे।

वीते सौ वर्षों की किसी भी दिनांक के वार का नाम वह तत्काल बताती थी।

18 जून 1980 को तेरह अंकों की संख्या में तेरह अंकों की संख्या से गुणा कर उत्तर देने में मात्र 28 सेकेंड का समय लिया था। प्रश्न और उत्तर इस प्रकार था –

7686369774870 x 2465099745779 = 18947888177995426462773730

इस घटना को 1982 में **गिनीज बुक ऑफ रिकार्डस** में अंकित किया गया। इसके लेखक स्टीवन स्मिथ ने कहा यह परीक्षाफल उसके पूर्व दर्ज किए गए किसी भी रिपोर्ट से उच्च कोटि का है और इसका वर्णन अविश्वसनीय है।

विश्वविख्यात गणितज्ञों की सभा में सभी सदस्यों ने खड़े होकर उनका सम्मान प्रदर्शित किया, जब 251 अंकों की संख्या का 101वां मूल मात्र 50 सेकेंडों में बताया।

भारत मे वापस आकर विदेशों से प्राप्त यश और कीर्ति के बाद अपना गणना कौशल के कारण भारत में भी प्रसिद्ध हो गयी। भारत में मौखिक गणना विशेषज्ञ के साथ ज्योतिषि के रूप मे भी प्रसिद्धि मिली। अपनी मौखिक गणना करने की कला सिखाने हेतु उन्होंने पुस्तकें भी लिखीं-

Puzzles to Puzzle You – यह नवोदित गणितज्ञ के लिए प्रेरणादायी पुस्तक है। समीक्षकों ने इस पुस्तक को श्रेष्ठ वाचनीय पुस्तक माना है।

1. Figuring – The joy of numbers
2. Numbering Made Easy
3. Astrology for You

21 अप्रैल 2013 को उनका देहावसान बेंगलुरु में हो गया। गणितीय प्रज्ञावती शकुंतला देवी एक भारतीय नारी पर हम सभी को गर्व है।

Scanned by CamScanner